

Matemática Discreta

HOJA 5

1) Considérese el grafo de la Figura 1.

i) Describir formalmente el grafo, esto es, dar el conjunto de sus vértices y aristas.

ii) Hallar el grado de cada vértice.

iii) Comprobar que se verifica el teorema siguiente:

La suma de los grados de todos los vértices de un grafo es igual al doble del número de aristas.

2) Un campeonato de tenis se realiza mediante un sistema circular, esto es, cada jugador ha de enfrentarse a todos los restantes en un partido. Representamos cada jugador por un vértice. Si dos jugadores se han enfrentado entre sí, entonces unimos los vértices correspondientes por una arista. De esta forma se obtiene el grafo de partidos disputados hasta un cierto momento.

Estudiar el grafo obtenido para mostrar que en cualquier momento existen dos jugadores que han disputado el mismo número de partidos.

3) Indicar cuáles de los grafos de la Figura 2 son:

i) Conexas. Si no lo son, determinar el número de componentes conexas.

ii) Libres de bucles (no tiene bucles).

iii) Verifican la definición de grafo simple.

iv) Contienen algún subgrafo simple isomorfo a un ciclo.

4) Hallar una matriz de adyacencias $A = (a_{ij})$ y una matriz de incidencias $M = (m_{ij})$ del grafo de la Figura 3.

5) Representa gráficamente el multigrafo G cuya matriz de adyacencias $A = (a_{ij})$ es

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

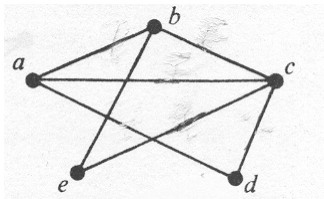


FIGURA 1. Ejercicio 1

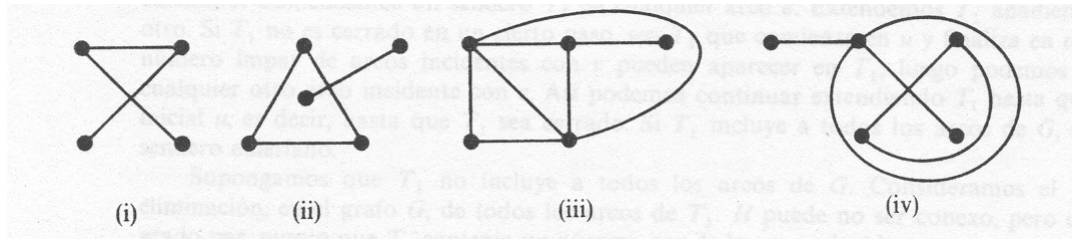


FIGURA 2. Ejercicio 3

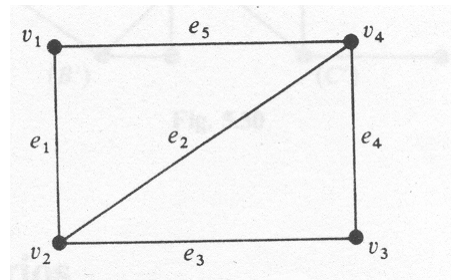


FIGURA 3. Ejercicio 4

Utilizar el criterio de conexión basado en las potencias de la matriz A para determinar que G es conexo.

6) Representar gráficamente todos los árboles con cinco vértices o menos, salvo isomorfismo.

7) En un torneo de tenis por equipos, cada jugador del equipo azul se enfrenta a cada jugador del equipo verde. El número de jugadores en cada equipo es menor o igual que ocho (los dos equipos tienen el mismo número de jugadores). Los azules ganaron un número de partidos 4 veces mayor que el de los verdes. ¿Cuántos jugadores hay en cada equipo?