Grado en Ingeniería Ambiental, curso 2010-2011

Práctica 2

Ejercicios con Máxima de los Temas 1, 2 y 3. Sistemas lineales de ecuaciones. Matrices. Determinantes.

---

1. Sea $n \in \mathbb{N}$. Da una fórmula general para el determinante de la matriz

$$A_n = \begin{pmatrix} n & 1 & 1 & \dots & 1 \\ n & 2 & 1 & \dots & 1 \\ n & 1 & 3 & \dots & 1 \\ . & . & \dots & . & . \\ n & 1 & 1 & \dots & n \end{pmatrix}.$$

2. Comprueba, utilizando distintas matrices A y B cuadradas las propiedades siguientes:

a) AB es triangular superior si A y B lo son,

b) $(A^{-1}BA)^n = A^{-1}B^nA \quad \forall n \in \mathbb{N}$.

3. Sea A una matriz triangular superior $n \times n$ con todos sus elementos diagonales iguales a cero. ¿Cuánto vale A^n para $n = 5, 8, 10$? ¿Puedes justificar tu respuesta de manera teórica?

4. Verifica con varios ejemplos la propiedad del determinante vista en clase: $|kA| = k^n|A|$, donde A es una matriz cuadrada $n \times n$ y k es cualquier número real.

5. Una matriz A se dice *simétrica* si $A^t = A$ y *antisimétrica* si $A^t = -A$. Se pide comprobar con ejemplos o justificar, usando la teoría vista en clase que:

a) si A es simétrica o antisimétrica entonces es cuadrada.

b) si A es antisimétrica, entonces tiene la diagonal nula.

c) la única matriz que es simétrica y antisimétrica a la vez es la matriz nula.

d) Si $B \in M_{n\times n}(\mathbb{R})$, $\frac{1}{2}(B + B^t)$ es simétrica y $\frac{1}{2}(B - B^t)$ es antisimétrica.

6. Sea $M = AB$ el producto de dos matrices A y B. Comprobar con ejemplos y justificar con la teoría vista en clase que

a) si A tiene una fila nula, M también tiene una fila nula

b) si B tiene una columna nula, entonces M también tiene una columna nula.

¿Qué ocurre si A tiene una columna nula, o B una fila nula? Justifica tu respuesta con ejemplos.

7. Plantea un sistema de ecuaciones lineales cumpliendo los siguientes requisitos:

a) Tener 11 ecuaciones y 6 incógnitas

b) Ser compatible determinado

c) No tener todos los coeficientes enteros