

HOJA 3: LÍMITES, CONTINUIDAD Y DIFERENCIABILIDAD DE FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES.

1. Estudia la existencia de los siguientes límites:

a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2+y^2}$ b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^3}{x^2+y^6}$ c) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2y^2}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$

2. Calcular, si existen, los límites reiterados y el límite doble para las funciones siguientes en $(0, 0)$

a) $\frac{xy-x+y}{x+y}$ b) $\frac{xy}{x^2+y^4}$
c) $y \cos\left(\frac{1}{x}\right)$ c) $\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$

3. Estudiar la continuidad, existencia de derivadas parciales y diferenciabilidad en $(0, 0)$ de las funciones definidas por:

a) $f(x, y) = \frac{xy^2}{x^2+y^2}$ si $(x, y) \neq (0, 0)$ y $f(0, 0) = 0$.
b) $g(x, y) = xy \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x^2+y^2}\right)$ si $(x, y) \neq (0, 0)$ y $g(0, 0) = 0$.

4. Hallar las funciones derivadas parciales de:

a) $e^z \cos y \operatorname{sen} x$ b) $x^2y + e^{xy}$ c) $(zxy)^3$

5. Estudiar la diferenciabilidad de las funciones definidas por:

a) $f(x, y) = \frac{(x-1)^4+(y-1)^4}{(x-1)^2+(y-1)^4}$ si $(x, y) \neq (1, 1)$ y $f(1, 1) = 0$.
b) $g(x, y) = x^2 \operatorname{sen} y + y \cos x$

6. Hallar los extremos relativos y absolutos de la función $e^{x^2-y^2}$ en el disco $x^2+y^2 \leq 1$.

7. Obtener el polinomio de Taylor:

a) de orden 2 de la función $f(x, y) = x \cos y + y \operatorname{sen} x$ en el punto $(0, 0)$,
b) de orden 2 de la función $g(x, y, z) = e^{a(x+y+z)}$ en el punto $(0, 0, 0)$, donde a es una constante no nula.