TEMA 9 - INTRODUCCIÓN A LAS ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

1º) Indicar el orden y el grado de las siguientes e.d.o.:

a) $x^2.y''+2.x.y'+2.x = 0$

(Sol.: orden 2, grado 1)

b) $y''' = 3.(y'')^2 - \text{sen}(x-1)$

(Sol.: orden 3, grado 1)

c) $(y'')^2 = 4.x.(1-y')^6$

(Sol.: orden 2, grado 2)

d) $(y''')^2 = \cos(x) + y.e^x$

(Sol.: orden 3, grado 2)

e) $\left(\dfrac{d^2y}{dx^2}\right)^2.\text{sen}(x) + 3.x.y.\dfrac{dy}{dx} + y.e^x = 0$

(Sol.: orden 2, grado 2)

f) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + 5.x^2.\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2 + 6.y = 0$

(Sol.: orden 2, grado 1)

2º) Indicar si son lineales o no las siguientes e.d.o.:

a) $y''+5.y'+6.y = x^2.\cos(x)$

(Sol.: Sí)

b) $(y''')^3 + 5.y'.y + 6.y^2 = 0$

(Sol.: No)

c) $x.\text{tg}(y) + y' = x + \cos(x)$

(Sol.: No)

d) $y'+x^2 - 1 = y$

(Sol.: Sí)

e) $y.dx + (xy + x - 3y).dy = 0$

(Sol.: No)

f) $3.x.y''-4.y'.y + y.\text{sen}(x) = 4.x$

(Sol.: No)

g) $y''-2.y + 3 = e^x$

(Sol.: Si)

h) $4.x.y'+\cos(y) = 5.x$

(Sol.: No)

3º) Demuestra que las funciones dadas son soluciones de las e.d.o. que las acompañan:

a) $y(x) = C.\text{sen}(x) + K.\cos(x)$ $\quad y''+y = 0$.

b) $y(x) = e^x$ $\quad y'-y = 0$ y’ – y = 0.

c) $y(x) = x + e^{-x}$ $\quad y'+y = x+1$.

d) $y(x) = 2.e^{3x} - 5.e^{4x}$ $\quad y''-7.y'+12.y = 0$.

4º) Halla la solución general de la e.d.o. $y'(x)=\left(y(x)\right)^{1/3}$. Comprueba que una solución singular de la e.d.o. está dada por la función $y(x)=0$.

(Sol.: $y(x)=\left(\frac{2}{3}(x+C)\right)^{3/2}$)

5º) Verifica si las siguientes funciones son solución general de las e.d.o. que las acompañan:

a) $y(x)=C_1+C_2.e^{-x}$ $\qquad$ $y''+y'=0$

(Sol.: Sí).

b) $y(x)=C_1.e^{-4.x}+C_2.e^{-2.x}$ $\qquad$ $y''-2.y'-8.y=0$

(Sol.: No)

6º) Determina los valores de *m* para los cuales la función $y(x)=e^{m.x}$ es una solución particular de la e.d.o. $-3.y''+4.y'-2.y=0$.

(Sol.: $m=\frac{1}{3}\pm\frac{\sqrt{8}}{6}.i$)

7º) Verifica que la función dada mediante la relación $x^2+y^2-4=0$ es una solución de la e.d.o. $y'=-\frac{x}{y}$.

8º) Verifica que la función: $y(x)=\begin{cases}-x^2 ....si.x<0\\ x^2 ....si.x\geq 0\end{cases}$ es solución de la e.d.o. $x.y'-2.y=0$.

9º) Dada la e.d.o. $x^2.y''-4.x.y'+6.y=0$ se pide:

a) Demostrar que las funciones $y_1(x)=x^2$ e $y_2(x)=x^3$ son soluciones particulares de ella.

b) Siendo $y_1(x)$ e $y_2(x)$ dos soluciones particulares de la e.d.o. demuestra que la función $y(x)=C_1.y_1(x)+C_2.y_2(x)$ es la solución general de la e.d.o..

10º) Aplicar el teorema de existencia y unicidad de solución de un problema de Cauchy formulado mediante una e.d.o. de orden 1, a la e.d.o. $y'=\left(y\right)^{1/3}$ encontrando los recintos del plano *XY* en los que hay garantías de la existencia de solución única.

(Sol.: Por cualquier punto (x_0,y_0) con $y_0\neq 0$ pasa una única curva integral.

En los puntos $(x_0,0)$ no existen garantías de existencia de solución única)

11º) Verificar que la familia de funciones $y(x)=C.x+C^2$ es la solución general de la e.d.o. $y=y'+(y')^2$. Determinar el valor de *K* para que la función $y(x)=K.x^2$ sea solución singular de dicha ecuación.

(Sol.: K=-0'25)

12º) a) Hallar la solución general de la e.d.o. $y' - x.\sqrt{y} = 0$.

b) Dado el problema de Cauchy: $\left\{\begin{matrix} y' - x.\sqrt{y} = 0 \\ y(0) = 0 \end{matrix}\right\}$

determina la función de la familia de funciones que forman la solución general que es solución del problema. Verifica que las función $y(x)$=0 es también una solución del problema de Cauchy. ¿Contradice ello el teorema de existencia y unicidad de solución de un problema de Cauchy?.

(Sol.: a) $y(x) = \dfrac{x^4}{16} + C$, b) $y(x) = \dfrac{x^4}{16}$. No se contradice el teorema.)

13º) Sabiendo que $y(x) = C_1.\text{sen}(x) + C_2.\cos(x)$ es la solución general de la ecuación diferencial $y'' + y = 0$ determina la función que es solución de los problemas de Cauchy siguientes:

a) $\left\{\begin{matrix} y'' + y = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{matrix}\right\}$

(Sol.: $y(x)$=0)

b) $\left\{\begin{matrix} y'' + y = 0 \\ y(1) = 3 \\ y'(1) = 4 \end{matrix}\right\}$

(Sol.: $y(x) = \left(3.\text{sen}(1) + 4.\cos(1)\right).\text{sen}(x) + \dfrac{3 - (3.\text{sen}(1) + 4.\cos(1)).\text{sen}(1)}{\cos(1)}.\cos(x)$)

14º) Sabiendo que $y(x) = C_1.\text{sen}(x) + C_2.\cos(x)$ es la solución general de la ecuación diferencial $y'' + y = 0$ determina, si existen, las funciones que son solución de los problemas de contorno siguientes:

a) $\left\{\begin{matrix} y'' + y = 0 \\ y(0) = 0 \\ y(\frac{\pi}{2}) = 1 \end{matrix}\right\}$

(Sol.: $y(x) = \text{sen}(x)$)

b) $\left\{\begin{matrix} y'' + y = 0 \\ y(0) = 1 \\ y(\frac{\pi}{2}) = 5 \end{matrix}\right\}$

(Sol.: $y(x) = 5.\text{sen}(x) + \cos(x)$)

c) $\left\{\begin{array}{l} y''+y=0 \\ y(0)=1 \\ y'(\frac{\pi}{2})=5 \end{array}\right\}$

(Sol.: No existe solución)

d) $\left\{\begin{array}{l} y''+y=0 \\ y(0)=1 \\ y'(\frac{\pi}{2})=-1 \end{array}\right\}$

(Sol.: $y(x)=C.\text{sen}(x)+\cos(x)$)

15º) Halla las soluciones generales y dibuja las curvas integrales de las e.d.o. siguientes:

a) $y.y'=-x$

(Sol.: $y(x)=\pm\sqrt{C-x^2}$, circunferencias de centro (0,0) y radio $\sqrt{C}$).

b) $y'=-y/x$

(Sol.: curvas de ecuación $y(x)=C/x$)

16º) Demuestra que el problema de Cauchy: $\left\{\begin{array}{l} y'=x.y+e^{-y} \\ y(x_0)=y_0 \end{array}\right\}$ admite una única solución.

17º) Determina la e.d.o. de la que es solución general la familia de curvas dada por la expresión: $y(x)=C_1.x^2+C_2.x+4$.

(Sol.: $x^2.y''-2.x.y+2.y=8$)

18º) Halla la solución de la e.d.o. $x^2.y'.\text{sen}(y)=2$ que verifica la condición: $\lim\limits_{x\to\infty} y(x)=\frac{\pi}{2}$ sabiendo que la solución general de la e.d.o. está dada por: $\cos(y)=\frac{1}{x^2}+C$

(Sol.: $y(x)=\pm\arccos(\frac{1}{x^2})+2.k.\pi$, $k\in Z$)

19º) Determinar las e.d.o. de las que son solución general las siguientes familias de curvas:

a) Las rectas de ecuación $y-4.x-C=0$.

(Sol.: $y'=4$)

b) Las curvas $y(x)=C_1.e^x+C_2.e^{-x}$.

(Sol.: $y''-y=0$)

20º) Determina los sistemas de ecuaciones diferenciales de primer orden en que pueden transformarse las e.d.o. siguientes:

a) $y''-y=0$.

b) $x.y''-4.x.y'+6.y=0$.

(Sol.: siendo $z_1(x)=y(x)$ y $z_2(x)=y'(x)$ los sistemas son:

a) $\begin{Bmatrix} z_1' = z_2 \\ z_2' = z_1 \end{Bmatrix}$

b) b) $\left\{ \begin{array}{l} z_1' = z_2 \\ z_2' = \dfrac{1}{x}.(4.x.z_2 - 6.z_1) \end{array} \right\}$)

21º) Hallar la solución general de las e.d.o.:

a) $y'=\cos(3.x)+5$.

(Sol.: $y(x)=\dfrac{1}{3}.\mathrm{sen}(3.x)+5.x+C$)

b) $y'=e^{2x}-x$.

(Sol.: $y(x)=\dfrac{1}{2}.(e^{2.x}-x^2)+C$)

c) $y'''=\cos(3.x)+5$.

(Sol.: $y(x)=-\dfrac{1}{27}.\mathrm{sen}(3.x)+\dfrac{5}{6}.x^3+K_1.x^2+K_2.x+K_3$)

22º) Hallar la solución general de la e.d.o. $2.y.dx+3.x.dy=0$.

(Sol.: $y(x)=K.x^{-2/3}$)

23º) Hallar la solución general de la e.d.o.: $e^x.dx-(1+e^x).y.dy=0$.

(Sol.: $y(x)=\pm(2.\ln(1+e^x)+C)^{1/2}$)

24º) Hallar la solución general de la e.d.o.: $(x-4).y^4.dx-x^3.(y^2-3).dy=0$.

(Sol.: La solución general se obtiene a partir de la expresión: $-\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{y^3}+\dfrac{1}{x}-\dfrac{2}{x^2}=C$ y la función $y(x)=0$ es una solución singular de la e.d.o.)

25º) Hallar la solución general de la e.d.o. $(x^2-3.y^2).dx+2.x.y.dy=0$.

(Sol.: $y(x)=\pm\sqrt{x^2-C.x^3}$)

26º) Halar la solución general de la e.d.o.: $(x+y-2).dx+(x-y+4).dy=0$.

(Sol.: La solución general está dada como solución de la ecuación: $(x+1).\left(1+2.\dfrac{(y-3)}{(x+1)}-\dfrac{(y-3)^2}{(x+1)^2}\right)=K$)

27º) Hallar la solución general de la e.d.o.: $(x+y-1).dx+(2.x+2.y-1).dy=0$.
(Sol.: La solución general está dada por la ecuación: $2(x+y)-\ln(x+y)=x+C$. Además la función $y(x)=-x$ es una solución particular de la e.d.o.)

28º) Hallar la solución general de la e.d.o.: $(3.x^2+4.x.y).dx+(2.x^2+2.y).dy=0$.
(Sol.: $y(x)=-x^2\pm\sqrt{x^4-x^3+C}$)

29º) Hallar la solución de la e.d.o. $y^2.dx+(x.y+1).dy=0$ sabiendo que admite un factor integrante que es función de $z(x,y)=x.y$.
(Sol.: Factor integrante: $\mu(x,y)=e^{x.y}$, Solución general dada por: $y.e^{x.y}+K=0$)

30º) Hallar la solución del problema de Cauchy: $\left\{\begin{matrix}(x^2+1)y'+4.x.y=0\\ y(2)=1\end{matrix}\right\}$.

(Sol.: $y(x)=\dfrac{25}{(x^2+1)^2}$)

31º) Hallar la solución del problema de Cauchy: $\left\{\begin{matrix}(x^2+1)y'+4.x.y=x\\ y(2)=1\end{matrix}\right\}$.

(Sol.: $y(x)=\dfrac{19+\frac{x^4}{4}+\frac{x^2}{2}}{(x^2+1)^2}$)

32º) Hallar la solución general de la e.d.o. $y'+2.x.y=4x$.
(Sol.: $y(x)=2+C.e^{-x^2}$)

33º) Hallar la solución general de la e.d.o.: $y'+y=x.y^3$.
(Sol.: $y(x)=\pm\dfrac{1}{\sqrt{x+\frac{1}{2}+C.e^{2.x}}}$)

34º) Hallar la solución general de la e.d.o. $y'=y^2-2.x.y+1+x^2$ sabiendo que una solución particular de dicha e.d.o. está dada por: $y_1(x)=x$.
(Sol.: $y(x)=x+\dfrac{1}{C-x}$)

35º) Sabiendo que la función $y_1(x)=x$ es una solución particular de la e.d.o.: $(x^2+1).y''-2.x.y'+2.y=0$, hallar la solución general de dicha ecuación.
(Sol.: $y(x)=C_1.(x^2-1)+C_2.x$)

36º) Hallar la solución general de la e.d.o. $x.y''-y'-4.x^3.y=0$ sabiendo que la función $y_1(x)=e^{x^2}$ es una solución particular de ella.
(Sol.: $y(x)=C_1.e^{-x^2}+C_2.e^{x^2}$)

37º) Hallar las soluciones generales de las siguientes e.d.o.:
a) $y''-9.y=0$.
(Sol.: $y(x)=C_1.e^{3.x}+C_2.e^{-3.x}$)
b) $y''-6.y'+9.y=0$.
(Sol.: $y(x)=(C_1+C_2.x).e^{3.x}$)
c) $y'''-4.y''-3.y'+18.y=0$, sabiendo que las raíces del polinomio $m^3-4.m^2-3.m+18$ son $m_1=-2$ (raíz simple) y $m_2=3$ (raíz doble).
(Sol.: $y(x)=C_1.e^{-2.x}+(C_2+C_3x).e^{3.x}$)
d) $y''-4.y'+13.y=0$.
(Sol.: $y(x)=e^{2.x}.(C_1.\cos(3.x)+C_2.\mathrm{sen}(3.x))$)
e) $y^{(v}-2.y^{(iv}+2.y'''+4.y''+y'-2.y=0$, sabiendo que el polinomio característico $m^5-2.m^4+2.m^3+4.m^2+m-2$ tiene por raíces $m_1=2$ (raíz simple), $m_2=i=\sqrt{1}$ (raíz doble) y $m_3=-i=-\sqrt{1}$ (raíz doble).
(Sol.: $y(x)=C_1.e^{2.x}+(C_2+C_3.x).\cos(x)+(C_4+C_5.x).\mathrm{sen}(x)$)

38º) Hallar la solución general de la e.d.o. $x.y''-y'+4.x^3.y=16.x^3.e^{x^2}$.
(Sol.: $y(x)=C_1.e^{-x^2}+(C_2-1+2.x).e^{x^2}$)

39º) a) Hallar el valor de la constante K para que la e.d.o.: $(y^2-K.x.y^4-2.x).dx+(3.x.y^2+20.x^2.y^3).dy=0$ sea una e.d.o. exacta.
b) Con dicho valor del parámetro K hallar la solución general de la e.d.o.
(Sol.: a) K=10.
b) La solución general está dada por la ecuación: $y^3.x+5.x^2.y^4-x^2=C$)

40º) Resolver el problema de Cauchy: $\begin{Bmatrix} y'.y=8.x+4 \\ y(1)=2 \end{Bmatrix}$.
(Sol.: $y(x)=\pm\sqrt{8.x^2+8.x-12}$)

41º) Sabiendo que la e.d.o. $y.dx+2.x.dy=0$ admite un factor integrante que sólo depende de y, se pide: a) Determinar el factor integrante, b) Hallar la solución general de la e.d.o..
(Sol.: a) $\mu(y)=y$. b) $y(x)=\pm\sqrt{\dfrac{K}{x}}$)

42º) Resolver el problema de Cauchy: $\left\{\begin{array}{l} y' + \dfrac{5}{50-x}.y = 2 \\ y(0) = 5 \end{array}\right\}$.

(Sol.: $y(x) = \dfrac{50-x}{2} - 20.\dfrac{50-x}{50}$)

43º) Hallar la solución general de la e.d.o.: $y' = \ln(x)$.
(Sol.: $y(x) = x.(\ln(x) - 1) + C$)

44º) Hallar la solución general de la e.d.o. $y.(y-1).dx + x.(x-1).dy = 0$.
(Sol.: $y(x) = \dfrac{x}{x - C.(x-1)}$, siendo una solución particular $y(x) = 0$)

45º) Dada la e.d.o. $e^{x^3 - y^2} + \dfrac{y}{x^2}.y' = 0$ se pide:

a) Hallar la solución general.
b) Hallar la solución de la e.d.o. que verifica $y(1)=1$.

(Sol.: a) $y(x) = \pm\sqrt{\ln(C - \frac{2}{3}.e^{x^3})}$, b) $y(x) = +\sqrt{\ln(\frac{5}{3}.e - \frac{2}{3}.e^{x^3})}$)

46º) Hallar la solución general de la e.d.o. $(1+e^x).y.y' = e^x$.
(Sol.: $y(x) = \pm\sqrt{2.\ln(1+e^x) + K}$)

47º) Hallar la solución general de la e.d.o. $y' = -\dfrac{x}{3.y}$.

(Sol.: $y(x) = \pm\sqrt{\dfrac{1}{3}.(C - x^2)}$)

48º) Hallar la solución general de la e.d.o.: $y' = -\dfrac{2.x.y}{y^2 - x^2}$.

(Sol.: $y(x) = C \pm \sqrt{C^2 - x^2}$)

49º) Encontrar las soluciones generales de las siguientes e.d.o.:

a) $y' = -\dfrac{1}{x^2} + e^x.\mathrm{sen}(3.x)$.

(Sol.: $y(x) = \dfrac{1}{x} + e^{2.x} - \dfrac{1}{2}.x + C$)

b) $y' = \ln(x)$.

(Sol.: $y(x) = x.\ln(x) - x + C$)

c) $y' = e^{2.x} - x$.

(Sol.: $y(x) = \dfrac{1}{2}(e^{2.x} - x^2) + C$)

d) $2.y.dx + 3.x.dy = 0$.

(Sol.: $y(x) = \left(\frac{C}{\sqrt[3]{x}}\right)^2$)

e) $(5 + e^x).y.y' = e^x$.

(Sol.: $y(x) = \pm\sqrt{2.\ln(5 + e^x) + C}$)

f) $y' = y^2$.

(Sol.: $y(x) = \frac{1}{C - x}$; también es solución $y(x)$=0)

g) $y.y' = 2.x$.

(Sol.: $y(x) = \pm\sqrt{2.(x^2 + C)}$)

h) $(1 + y^2) + x.y.y' = 0$.

(Sol.: $y(x) = \pm\sqrt{\frac{K^2}{x^2} - 1}$)

50º) Hallar las soluciones (general o particular según el caso) de:

a) $(x - 2).y^2.dx - x.(y^2 - 1).dy = 0$.

(Sol.: dada por: $y + \frac{1}{y} = x - 2.\ln(x) + C$).

b) $y' = \frac{3.x^2 + 4.x + 2}{2.(y - 1)}$, con la condición $y(0)$=1.

(Sol.: $y(x) = 1 \pm \sqrt{x^3 + 2.x^2 + 2.x}$)

c) $y' = \frac{y.\cos(x)}{1 + 2.y^2}$, con la condición $y(0)$=1.

(Sol.: Dada por $\ln(y) + y^2 = \operatorname{sen}(x) + 1$)

d) $x.\sqrt{1 + y^2} + y.\sqrt{1 + x^2}.y' = 0$.

(Sol.: $y(x) = \pm\sqrt{\left(\sqrt{1 + x^2} + C\right)^2 - 1}$)

e) $(x^2 - y^2).dx + x.y.dy = 0$.

(Sol.: $y(x) = \pm x.\sqrt{\ln\left(\frac{C^2}{x^2}\right)}$)

f) $(x + y + 1).e^x.dx + (e^x + e^y).dy = 0$.

(Sol.: Dada por $(y + x).e^x + e^y = C$)

g) $2.x.(y.e^{x^2} - 1).dx + e^{x^2}.dy = 0$.

(Sol.: $y(x) = \frac{C}{e^{x^2} - x^2}$)

h) $(x^2 + y^2).dx - 2.x.y.dy = 0$

(Sol.: $y(x) = \pm\sqrt{x^2 - K.x}$)

51º) Hallar las soluciones de la e.d.o. de primer orden y segundo grado: $y.(y')^2+(x-y).y'-x=0$.
(Sol.: $y(x)=x+C$, $y(x)=\pm\sqrt{C-x^2}$)

52º) Sabiendo que la e.d.o. $(3.x+2.y+y^2).dx+(x+4.x.y+5.y^2).dy=0$ admite un factor integrante dependiente de la función $z=x+y^2$, se pide:
a) Determinar la expresión del factor integrante.
b) Resolver la e.d.o..
(Sol.: a) $\mu(x,y)=x+y^2$,
b) Dada por la ecuación $x^3+x^2.y+2.x^2.y^2+2.x.y^3+x.y^4+y^5=C$)

53º) Hallar la solución general de la e.d.o. $x^4.\ln(x)-2.x.y^3+3.x^2.y^2.y'=0$.
(Sol.: $y(x)=\sqrt[3]{x^3.(1-\ln(x))+C.x^2}$)

54º) Hallar las soluciones generales de las siguientes e.d.o.:
a) $y'+2.x.y=4.x$.
(Sol.: $y(x)=2+C.e^{-x^2}$)
b) $y'=\dfrac{y}{x}+\dfrac{x^2+1}{x}$.
(Sol.: $y(x)=\dfrac{1}{2}.x^2+C.x-1$)
c) $y'+y=\cos(x)$.
(Sol.: $y(x)=\dfrac{1}{2}.(\operatorname{sen}(x)+\cos(x))+C.e^{-x}$)
d) $y'+y=y^2.(\cos(x)-\operatorname{sen}(x))$.
(Sol.: $y(x)=\dfrac{1}{K.e^x-\operatorname{sen}(x)}$)
e) $y'+y=x.y^5$.
(Sol.: $y(x)=\pm\dfrac{1}{\sqrt[4]{\frac{1}{4}+x+C.e^{4.x}}}$)
f) $y'-y=x.y^5$.
(Sol.: $y(x)=\pm\dfrac{1}{\sqrt[4]{\frac{1}{4}-x+C.e^{4.x}}}$)
g) $y'+\dfrac{1}{2.x}.y=\sqrt{y}.\ln(x)$.
(Sol.: $y(x)=\left(x.\left(\dfrac{2}{5}.\ln(x)-\dfrac{8}{25}\right)+\dfrac{C}{\sqrt[4]{x}}\right)^2$)
h) $y''=x.e^x$.

(Sol.: $y(x) = (x-2).e^x + C_1.x + C_2$)

i) $y'' = \text{sen}(x)$.

(Sol.: $y(x) = -\text{sen}(x) + C_1.x + C_2$)

55º) Siendo las funciones $y_1(x) = e^{m.x}$ e $y_2(x) = e^{n.x}$ dos soluciones de una e.d.o. lineal homogénea de segundo orden, y siendo $m \neq n$, ¿forman dichas soluciones un sistema fundamental de la e.d.o.?.

(Sol.: Sí)

56º) Sea $y_1(x) = \text{sen}(x)$ una solución particular de la e.d.o.: $y''+a_1(x).y'+a_0(x).y = f(x)$ y sean $y_2(x) = e^x$ e $y_3(x) = e^{3.x}$ dos soluciones de la homogénea asociada. Se pide:

a) Determinar la solución general de la e.d.o. completa.
b) Determinar las expresiones de $a_0(x)$ y $a_1(x)$.

(Sol.: a) $y(x) = C_1.e^x + C_2.e^{3.x} + \text{sen}(x)$

b) $a_0(x) = 3$, $a_1(x) = -4$)

57º) Dada la ecuación $y''+a.y = 0$, determinar el valor de a para que el problema de contorno dado por: $\left\{ \begin{array}{c} y''+a.y = 0 \\ y(0) = y(1) = 0 \end{array} \right\}$ admita una solución distinta de la trivial $y(x) = 0$.

(Sol.: $a = -(K.\pi)^2$ con $K \in Z$ y la solución entonces es de la forma: $y(x) = C.\text{sen}(-K.\pi.x)$)

58º) Sabiendo que las funciones $y_1(x) = e^x$ e $y_2(x) = \text{sen}(x)$ constituyen un sistema fundamental de soluciones de la e.d.o. $a_2(x).y''+a_1(x).y'+a_0(x).y = 0$.

a) Calcular los coeficientes $a_0(x), a_1(x), a_2(x)$.
b) Con dichos coeficientes resolver la e.d.o. completa dada por:

$$y''+\frac{a_1(x)}{a_2(x)}.y'+\frac{a_0(x)}{a_2(x)}.y = \frac{e^x.(\cos(x)-\text{sen}(x))}{a_2(x)}$$

(Sol.: a) $a_0(x) = -(\text{sen}(xx)+\cos(x))$, $a_1(x) = 2.\text{sen}(x)$, $a_2(x) = \cos(x) - \text{sen}(x)$

b) $y(x) = C_1.e^x + C_2.\text{sen}(x) + e^x.(\text{sen}(x) + \cos(x))$)