BASES DE MATEMÁTICAS 2008-2009
HOJA 2

1) ¿Es convergente la sucesión $a_1 = \sqrt{5}$ con $a_n = \sqrt{5 + a_{n-1}}$?

2) Siendo $a_1 = \sqrt{3}$, $a_2 = \sqrt{3\sqrt{3}}$, $a_3 = \sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3}}}$, etc. Calcular, si existe, $\lim_{n\to\infty} a_n$

3) Calcular, si existe, $\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt[3]{27 - \frac{1}{n}} - 3\right)n$

4)

a) ¿Qué puede decirse de la sucesión $\{a_n\}$ si es convergente y cada uno de sus términos es un número entero?

b) Hallar todas las subsucesiones convergentes de la sucesión
$\{1, -1, 1, -1, 1, -1, \ldots\}$

c) Hallar todas las subsucesiones convergentes de la sucesión
$\{1, 2, 1, 2, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$

5) Comprobar que $\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{a^n + b^n} = \max(a,b)$

6) Calcular $\lim_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt[n]{e} + \sqrt[n]{e^2} + \sqrt[n]{e^3} + \ldots + \sqrt[n]{e^n}}{n}$

7) Calcular $\lim_{n\to\infty}\left(\dfrac{2}{n+1}\right)^{\frac{2}{2+\ln n}}$

8) Se considera la sucesión de números reales definida por
$a_1 = 1 \quad a_n = \dfrac{a_{n-1}(1 + a_{n-1})}{1 + 2a_{n-1}} \quad n > 1$

a) Demostrar que es convergente viendo que es monótona decreciente y acotada inferiormente.

b) Calcular el límite.

9) Calcular los siguientes límites:

a) $\lim_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n+a} - \sqrt{n+b}}{\sqrt{n+c} - \sqrt{n+d}}$

b) $\lim_{n\to\infty}\left(1 + \dfrac{n}{n^2+1}\right)^{\sqrt{n}}$

c) $\lim_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n}}{\sqrt{n + \sqrt{n + \sqrt{n}}}}$